

บทที่ 2

หลักการให้ความร้อนด้วยการเหนี่ยวนำความถี่สูง และหลักการของวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมความถี่สูง

2.1 บทนำ

เนื้อหาในบทนี้จะเกี่ยวกับหลักการให้ความร้อนกับชิ้นงานด้วยวิธีการเหนี่ยวนำให้เกิดกระแสความถี่สูงไหลวนในชิ้นงานเพื่อให้เกิดความร้อนขึ้นโดยตรงในชิ้นงาน โดยเมื่อพิจารณาผลของ Skin Effect ที่ชิ้นงานทำให้สามารถคำนวณหาค่าความต้านทานที่ผิวของชิ้นงานได้และนำไปสู่การพิจารณาวงจรสมมูลของขดลวดเหนี่ยวนำและชิ้นงานซึ่งสามารถแทนได้ด้วยวงจร RL อนุกรม จากนั้นจะเกี่ยวกับการวิเคราะห์วงจรเรโซแนนซ์อนุกรมทั้งกรณีที่แรงดันที่จ่ายให้กับวงจรมีลักษณะคลื่นเป็นไซน์และเป็นสแควร์ จากความเข้าใจในหลักการของวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมนี้จะเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการวิเคราะห์ในรายละเอียดของอินเวอร์เตอร์สำหรับจ่ายโหลดกระแสเหนี่ยวนำชนิดอนุกรมของอุปกรณ์ที่มีการให้ความร้อนด้วยการเหนี่ยวนำความถี่สูงในบทต่อไป

2.2 การให้ความร้อนด้วยการเหนี่ยวนำความถี่สูง

2.2.1 หลักการให้ความร้อนด้วยการเหนี่ยวนำความถี่สูง

การให้ความร้อนด้วยการเหนี่ยวนำความถี่สูง (Induction Heating) เป็นขบวนการทำให้เกิดความร้อนขึ้นโดยตรงในชิ้นงานที่เป็นวัสดุแม่เหล็ก (Ferromagnetic Material) โดยความร้อนที่เกิดขึ้นนี้จะเกิดจากการเหนี่ยวนำให้มีกระแสไหลวน (Eddy Current) ความถี่สูงในชิ้นงานซึ่งมีความต้านทาน สำหรับกรณีที่ลักษณะของชิ้นงานเป็นทรงกระบอกสามารถแสดงหลักการเหนี่ยวนำได้ดังรูปที่ 2.1 เมื่อจ่ายกระแสความถี่สูงให้กับขดลวดเหนี่ยวนำที่พันไว้รอบๆ ชิ้นงานจะสร้างฟลักซ์แม่เหล็กความถี่สูงคล่องผ่านชิ้นงานเกิดการเหนี่ยวนำให้มีกระแสไหลวนในชิ้นงาน กำลังไฟฟ้าที่เกิดจากการนำกระแสของชิ้นงานนี้ทำให้เกิดความร้อนขึ้นที่ชิ้นงาน โดยตรง เนื่องจากกระแสลัดที่จ่ายให้กับขดลวดเหนี่ยวนำมีความถี่สูง เมื่อพิจารณาผลของ Skin Effect จะทำให้กระแสไหลวนความถี่สูงส่วนใหญ่ไหลบริเวณผิวของชิ้นงาน [1]-[3], [28] โดยความหนาแน่นของกระแสไหลวนในชิ้นงานนี้จะมีค่าลดลงจากบริเวณผิวไปยังศูนย์กลางของชิ้นงานสามารถแสดงได้ดังสมการ

$$J(x) = J(0)e^{-x/\delta} \quad (2.1)$$

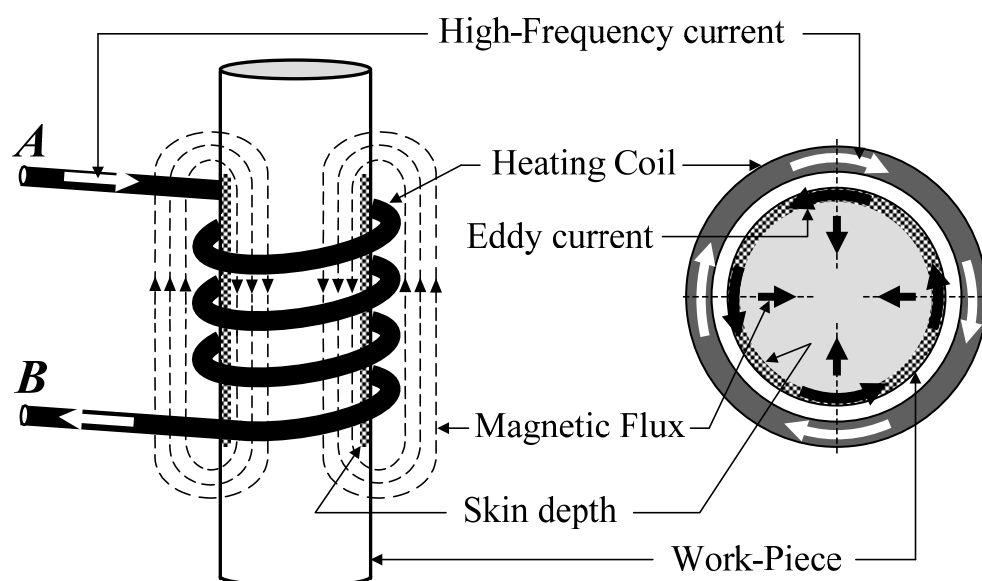
โดยที่

x คือความลึกจากผิวของชิ้นงาน

$J(x)$ คือความหนาแน่นของกระแสที่บริเวณลึกจากผิวของชิ้นงานเท่ากับ x

$J(0)$ คือความหนาแน่นของกระแสที่บริเวณผิวของชิ้นงาน

δ คือค่าความลึกผิว (Skin Depth) ซึ่งเป็นความลึกจากผิวของชิ้นงานที่ความหนาแน่นของกระแสลดลงเหลือ 36.8 % จากความหนาแน่นของกระแสที่บริเวณผิวของชิ้นงาน

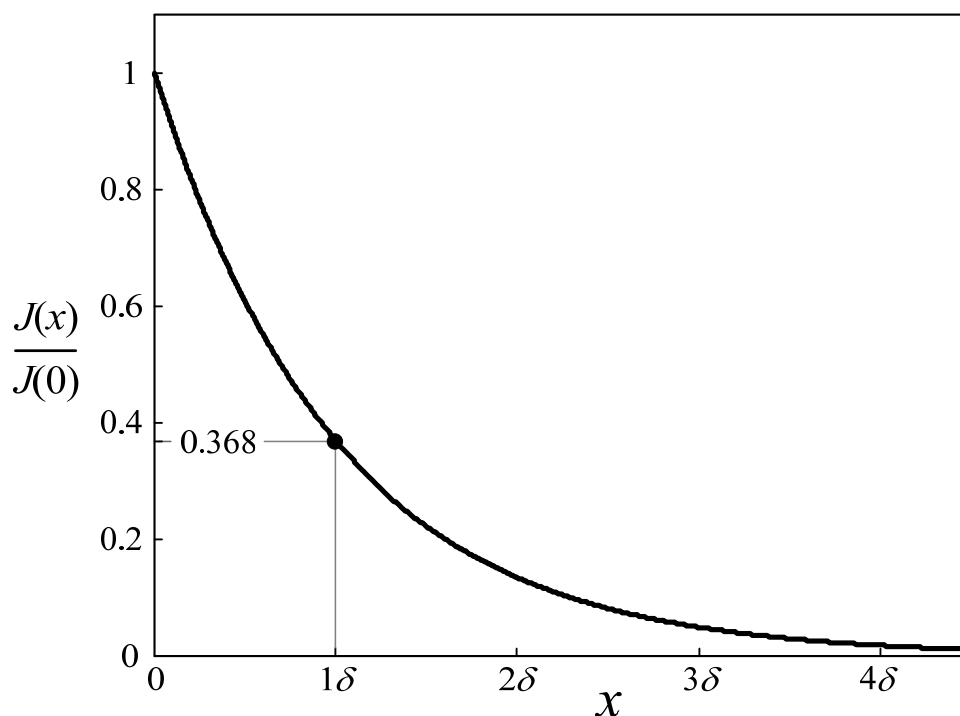


รูปที่ 2.1 โครงสร้างและหลักการให้ความร้อนด้วยการเหนี่ยวนำของชิ้นงานทรงกระบอก

ค่าความลึกผิว (δ) เป็นค่าที่บ่งบอกถึงอัตราการลดลงของความหนาแน่นของกระแสซึ่งขึ้นอยู่กับความถี่ (f) ของกระแสที่จ่ายให้กับขดลวดเหนี่ยวนำ ค่าสัมประสิทธิ์ของความต้านทาน (ρ) ของวัสดุชิ้นงาน และค่าความซึมซาบได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ (μ_r) ของวัสดุชิ้นงาน สามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังสมการ

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{4\pi^2 f \mu_r \times 10^{-7}}} \quad (2.2)$$

การเปลี่ยนแปลงของค่าความหนาแน่นของกระแส ($J(x)$) เมื่อเทียบกับความลึกจากผิวของชิ้นงาน (x) ที่ถูกกำหนดด้วยค่าความลึกผิว (δ) ในสมการ (2.1) สามารถแสดงด้วยเส้นกราฟได้ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 การเปลี่ยนแปลงของค่าความหนาแน่นของกระแสเมื่อเทียบกับความลึกจากผิวของชิ้นงาน (x)

ค่าความต้านทานที่ผิวของชิ้นงาน (R_s) ขึ้นอยู่กับค่าสัมประสิทธิ์ของความต้านทาน (ρ) ของวัสดุชิ้นงานและค่าความลึกผิว (δ) ของวัสดุชิ้นงานมีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$R_s = \frac{\rho}{\delta} = \sqrt{4\pi^2 f \mu_r \rho \times 10^{-7}} \quad (2.3)$$

2.2.2 วงจรสมมูลของอุปกรณ์ที่มีการให้ความร้อนด้วยการเหนี่ยวนำความถี่สูง

ขดลวดเหนี่ยวนำและชิ้นงานทรงกระบอกในรูปที่ 2.1 สามารถพิจารณาได้เหมือนหม้อแปลงที่กำลังจ่ายกำลังไฟฟ้าให้กับโหลดความต้านทาน โดยมีขดลวดเหนี่ยวนำเป็นขดลวดด้านปฐมภูมิจำนวน N รอบและชิ้นงานเป็นขดลวดด้านทุติยภูมิจำนวน 1 รอบจ่ายโหลดความต้านทานค่าต่ำ ๆ ของชิ้นงาน [1]-[3] โดยวงจรสมมูลที่ไม่คิดค่าความเหนี่ยวนำแม่เหล็กเนื่องจากกระแสแม่เหล็กมีค่าต่ำมากสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.3 ซึ่ง R_w และ R_c คือค่าความต้านทานของชิ้นงานและของขดลวดเหนี่ยวนำตามลำดับ เมื่อย้ายมารวมไว้ด้านปฐมภูมิจะมีค่าดังสมการ

$$R' = R_c + N^2 R_w \quad (2.4)$$

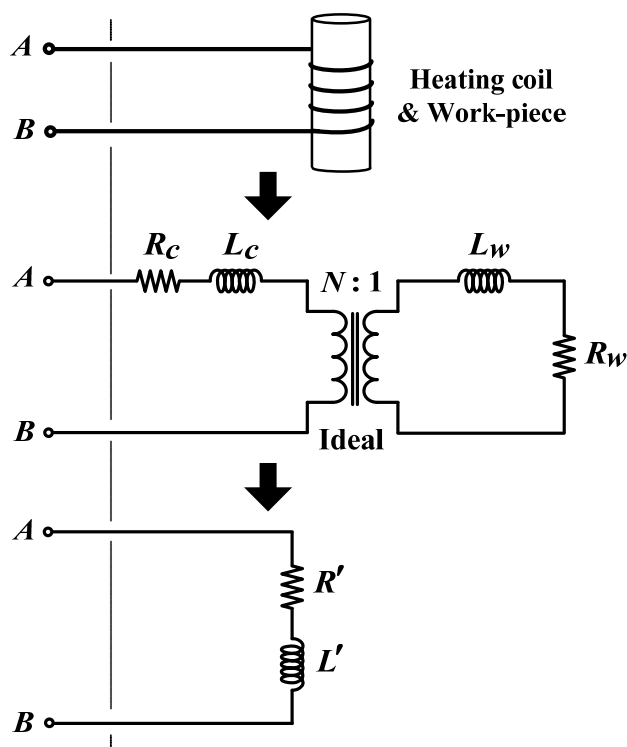
โดยที่ค่าความต้านทานของชิ้นงาน (R_w) จะมีค่าแปรผันตามค่าความถี่ (f) ของกระแสที่จ่ายให้กับขดลวดเหนี่ยวนำ ค่าสัมประสิทธิ์ของความต้านทาน (ρ) ของวัสดุชิ้นงาน และค่าความซึมซาบได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ (μ_r) ของวัสดุชิ้นงานดังสมการ

$$\begin{aligned} R_w &\propto R_s \\ &\propto \sqrt{4\pi^2 f \mu_r \rho \times 10^{-7}} \end{aligned} \quad (2.5)$$

L_w และ L_c คือค่าความเหนี่ยวนำเนื่องจากฟลักแม่เหล็กรั่วไหลของชิ้นงานและของขดลวดเหนี่ยวนำตามลำดับ เมื่อย้ายมารวมไว้ด้านปฐมภูมิจะมีค่าดังสมการ

$$L' = L_c + N^2 L_w \quad (2.6)$$

ดังนั้นจึงสามารถแทนขดลวดเหนี่ยวนำและแท่งชิ้นงานที่มองจากขั้ว A-B ด้วย R' และ L' ต่อกันในลักษณะอนุกรมดังที่แสดงในรูปที่ 2.3



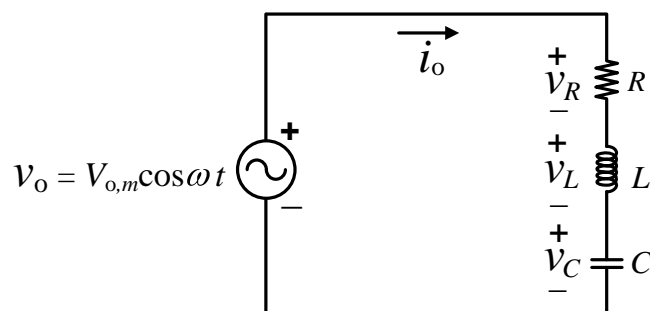
รูปที่ 2.3 วงจรสมมูลของขดลวดเหนี่ยวนำและชิ้นงานซึ่งมองได้เหมือนหม้อแปลงที่มีขดลวดปฐมภูมิเท่ากับ N รอบและขดลวดทุติยภูมิเท่ากับ 1 รอบ

2.3 หลักการของวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมในกรณีที่แรงดันที่จ่ายให้กับวงจรมีลักษณะคลื่นเป็นไซน์

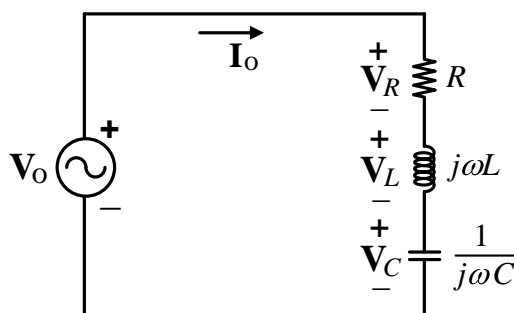
จากวงจรสมมูลของอุปกรณ์ให้ความร้อนด้วยการเหนี่ยวนำความถี่สูงในหัวข้อ 2.2.2 ซึ่งสามารถแทนด้วยวงจร RL อนุกรม เมื่อต่อตัวเก็บประจุเรโซแนนซ์ (C) อนุกรมเพิ่มเข้าไปจะได้วงจร RLC เรโซแนนซ์อนุกรม โดยในหัวข้อนี้เป็นการพิจารณาคูณลักษณะต่างๆ ที่สำคัญของวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมดังกล่าว โดยจะเริ่มจากกรณีที่แรงดันที่จ่ายให้กับวงจรมีลักษณะคลื่นเป็นไซน์ซึ่งจะเป็นพื้นฐานในการพิจารณาสำหรับกรณีที่แรงดันที่จ่ายให้กับวงจรมีลักษณะคลื่นไม่เป็นไซน์ได้ต่อไป

2.3.1 การเปลี่ยนแปลงค่ารีแอคแตนซ์ของตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุเมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ที่จ่ายให้กับวงจรเรโซแนนซ์อนุกรม

วงจรเรโซแนนซ์อนุกรมในกรณีที่ต่อเป็นโหลดของแหล่งจ่ายแรงดันในลักษณะคลื่นไซน์สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.4(ก) และสามารถแทนด้วยวงจรเฟเซอร์ได้ดังรูปที่ 2.4(ข)



(ก) วงจรเรโซแนนซ์อนุกรมที่ต่อเป็นโหลดของแหล่งจ่ายแรงดันในลักษณะคลื่นไซน์



(ข) วงจรเฟเซอร์ของวงจรเรโซแนนซ์อนุกรม

รูปที่ 2.4 วงจรเรโซแนนซ์อนุกรมและวงจรเฟเซอร์ในกรณีที่ต่อเป็นโหลดของแหล่งจ่ายแรงดันในลักษณะคลื่นไซน์

จากวงจรเฟเซอร์ในรูปที่ 2.4(ข) จะได้ค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= R + jX = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \\ &= R + j(X_L - X_C) \end{aligned} \quad (2.7)$$

โดยที่ค่ารีแอ็กแตนซ์ของตัวเหนี่ยวนำเท่ากับ $X_L = \omega L$ และค่ารีแอ็กแตนซ์ของตัวเก็บประจุเท่ากับ $X_C = \frac{1}{\omega C}$

วงจร RLC อนุกรมจะเกิดเรโซแนนซ์ขึ้นเมื่อค่าความถี่ (ω) ของแรงดันคลื่นไซน์ที่จ่ายให้กับวงจรนี้มีผลทำให้ค่ารีแอ็กแตนซ์ของตัวเหนี่ยวนำเท่ากับค่ารีแอ็กแตนซ์ของตัวเก็บประจุพอดี ($\omega L = 1/\omega C$) ซึ่งจะทำให้ค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจรเหลือค่าเท่ากับค่าความต้านทานในวงจร ($Z = R$) เท่านั้น โดยที่ค่าความถี่ที่ทำให้เกิดเรโซแนนซ์นี้สามารถหาได้จากสมการ

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.8)$$

หรือ

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2.9)$$

เมื่อกำหนดให้ค่า Characteristic Impedance (Z_0) วงจรเรโซแนนซ์เท่ากับ

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad (2.10)$$

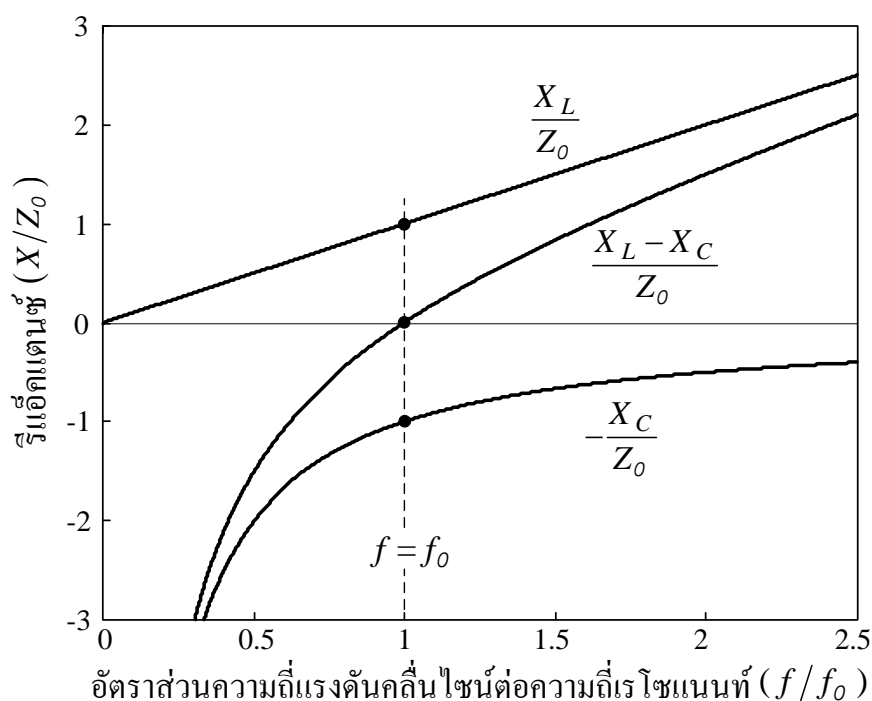
เพื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่ารีแอ็กแตนซ์ของตัวเหนี่ยวนำ (X_L) และค่ารีแอ็กแตนซ์ของตัวเก็บประจุ (X_C) เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ที่จ่ายให้กับวงจร สามารถทำได้โดยพิจารณาอ้างอิงกับ Z_0 ได้ดังนี้

$$\frac{X_L}{Z_0} = \frac{\omega L}{\omega_0 L} = \frac{\omega}{\omega_0} \quad (2.11)$$

และ

$$\frac{-X_C}{Z_0} = \frac{(-1/\omega C)}{(1/\omega_0 C)} = -\frac{\omega_0}{\omega} \quad (2.12)$$

กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงของค่ารีแอคแตนซ์ X_L/Z_0 และ $-X_C/Z_0$ เทียบกับอัตราส่วนความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ต่อความถี่เรโซแนนท์ (f/f_0) สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.5 ซึ่งจะพบว่าค่ารีแอคแตนซ์ของตัวเหนี่ยวนำเท่ากับค่ารีแอคแตนซ์ของตัวเก็บประจุ ($X_L/Z_0 = X_C/Z_0$) เมื่อความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์เท่ากับความถี่เรโซแนนท์ของวงจรพอดี้ ($f = f_0$)



รูปที่ 2.5 การเปลี่ยนแปลงค่ารีแอคแตนซ์ของตัวเหนี่ยวนำ (X_L/Z_0) และตัวเก็บประจุ (X_C/Z_0) เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ต่อความถี่เรโซแนนท์ (f/f_0)

2.3.2 เฟเซอร์ไดอะแกรมของวงจรเรโซแนนท์อนุกรม

จากวงจรเฟเซอร์ของวงจรเรโซแนนท์อนุกรมในรูปที่ 2.4(ข) เมื่อกำหนดให้แรงดันคลื่นไซน์ที่จ่ายให้กับวงจรเป็นเฟเซอร์อ้างอิง จะได้ความสัมพันธ์ของเฟเซอร์แรงดันและกระแสที่จ่ายให้กับวงจรดังสมการ

$$\mathbf{I}_o = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{Z}} \quad (2.13)$$

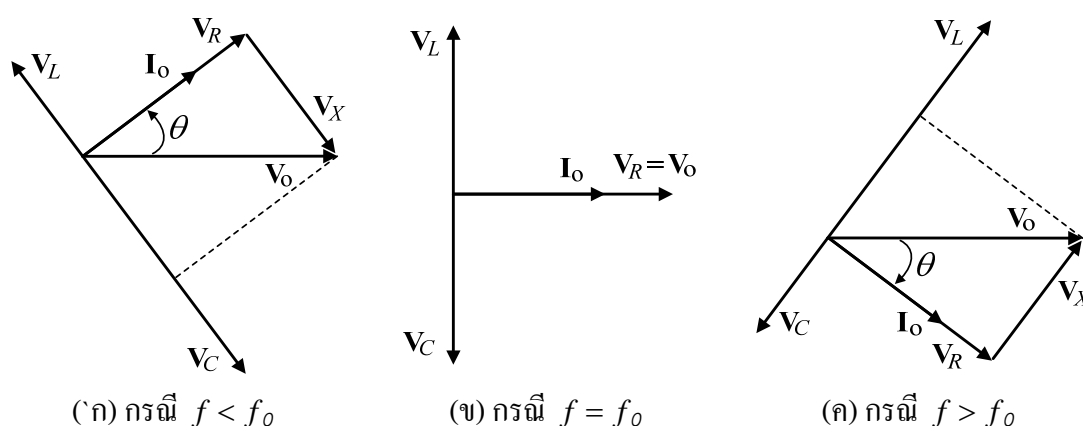
หรือ

$$I_{o,m} \angle -\theta = \frac{V_{o,m} \angle 0^\circ}{Z \angle \theta} \quad (2.14)$$

โดยที่

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad \text{และ} \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right)$$

เพื่อแสดงให้เห็นลักษณะการเปลี่ยนแปลงของแรงดันและกระแสทั้งหมดทุกกรณีที่เป็นไปได้ในวงจรเรโซแนนซ์อนุกรม สามารถเขียนเฟเซอร์ไดอะแกรมที่ความถี่ต่างๆ โดยกำหนดให้แรงดัน V_o เป็นเฟเซอร์อ้างอิงแสดงได้ดังรูปที่ 2.6 สำหรับกรณีค่าความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ของแหล่งจ่ายเท่ากับความถี่เรโซแนนซ์ของวงจร ($f = f_o$) ทำให้แรงดันคร่อมตัวเหนี่ยวนำ V_L และแรงดันคร่อมตัวเก็บประจุ V_C หักล้างกันได้พอดี ส่งผลทำให้แรงดันที่คร่อมตัวต้านทาน V_R เท่ากับแรงดัน V_o และกระแส I_o มีเฟสตรงกันกับแรงดัน V_o เพาเวอร์แฟกเตอร์เท่ากับหนึ่งดังแสดงในรูปที่ 2.6(ข) สำหรับกรณีความถี่แรงดันคลื่นไซน์ต่ำกว่าความถี่เรโซแนนซ์ของวงจร ($f < f_o$) ทำให้ขนาดของแรงดันคร่อมตัวเก็บประจุ V_C สูงกว่าขนาดของแรงดันคร่อมตัวเหนี่ยวนำ V_L และกระแส I_o มีเฟสนำหน้าแรงดัน V_o เพาเวอร์แฟกเตอร์เป็นแบบนำหน้าดังแสดงในรูปที่ 2.6(ก) และสำหรับกรณีความถี่แรงดันคลื่นไซน์สูงกว่าความถี่เรโซแนนซ์ของวงจร ($f > f_o$) ทำให้ขนาดของแรงดันคร่อมตัวเหนี่ยวนำ V_L สูงกว่าขนาดของแรงดันคร่อมตัวเก็บประจุ V_C และกระแส I_o มีเฟสล่าหลังแรงดัน V_o เพาเวอร์แฟกเตอร์เป็นแบบล่าหลังดังแสดงในรูปที่ 2.6(ค)



รูปที่ 2.6 เฟเซอร์ไดอะแกรมของวงจรเรโซแนนซ์อนุกรม

2.3.3 ค่า Quality Factor : Q ของวงจรเรโซแนนซ์อนุกรม

ค่า Quality Factor (Q) ของวงจรเป็นพารามิเตอร์ที่แสดงลักษณะการตอบสนองต่อความถี่ของวงจรเรโซแนนซ์ซึ่งสามารถหาได้จากค่าพลังงานสูงสุดที่เก็บสะสมในวงจรเทียบกับพลังงานที่ใช้ไปในหนึ่งไซเคิลดังสมการ

$$Q = 2\pi \frac{\text{Maximum Energy Stored}}{\text{Energy Dissipated per Cycle}} \quad (2.15)$$

ค่าคงที่ของการแปรผันตาม 2π ที่อยู่ในสมการของค่า Q รวมเข้าไปเพื่อให้ง่ายในการแสดงค่า Q ในขั้นตอนสุดท้าย [7] และเนื่องจากพลังงานจะเก็บสะสมในตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุเท่านั้น ส่วนพลังงานที่ใช้ไปจะถูกใช้โดยตัวต้านทานเท่านั้น จึงสามารถแสดงค่า Q ได้ดังสมการ

$$Q = 2\pi \frac{(w_L + w_C)_{\max}}{P_R T} \quad (2.16)$$

โดยที่ w_L และ w_C คือพลังงานที่เก็บสะสมในตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุตามลำดับ

P_R คือกำลังไฟฟ้าที่ใช้ไปที่ตัวต้านทาน

T คือคาบเวลาของแรงดันและกระแสในลักษณะคลื่นไซน์ในวงจร

พิจารณาที่ความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์เท่ากับความถี่เรโซแนนซ์ของวงจร ($\omega = \omega_0$) สามารถแสดงกระแสที่ไหลในวงจรในรูปโคไซน์ได้ดังสมการ

$$i_o = I_{o,m} \cos \omega_0 t \quad (2.17)$$

พลังงานที่เก็บสะสมในตัวเก็บประจุเท่ากับ

$$\begin{aligned} w_C &= \frac{1}{2} C v_C^2 = \frac{1}{2} C \left(\frac{1}{C} \int i_o dt \right)^2 \\ &= \frac{1}{2C} \left(\frac{I_{o,m}}{\omega_0} \sin \omega_0 t \right)^2 = \frac{I_{o,m}^2 L}{2} \sin^2 \omega_0 t \end{aligned} \quad (2.18)$$

พลังงานที่เก็บสะสมในตัวเหนี่ยวนำเท่ากับ

$$w_L = \frac{1}{2} L i_o^2 = \frac{I_{o,m}^2 L}{2} \cos^2 \omega_0 t \quad (2.19)$$

ดังนั้นพลังงานสูงสุดที่เก็บสะสมในวงจรจะมีค่าเท่ากับ

$$w_C + w_L = \frac{I_{o,m}^2 L}{2} \quad (2.20)$$

และพลังงานที่ใช้ไปที่ตัวต้านทานในหนึ่งไซเคิลของความถี่เรโซแนนซ์เท่ากับ

$$P_{RT} = \frac{I_{o,m}^2 RT}{2} = \frac{I_{o,m}^2 R}{2f_0} \quad (2.21)$$

ดังนั้นจะได้ค่า Quality factor (Q) ของวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมดังสมการ

$$Q = 2\pi \frac{(I_{o,m}^2 L)/2}{(I_{o,m}^2 R)/(2f_0)} = \frac{2\pi f_0 L}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (2.22)$$

เนื่องจากที่ความถี่เรโซแนนซ์ $\omega_0 L = 1/\omega_0 C$ ดังนั้นจะได้สมการของค่า Q ในอีกรูปแบบแสดงได้ดังสมการ

$$Q = \frac{1}{\omega_0 RC} \quad (2.23)$$

และ

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.24)$$

2.3.4 การเปลี่ยนแปลงขนาดและมุมของอิมพีแดนซ์เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ที่ค่า Q ต่างๆ

เริ่มจากการพิจารณาค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจร RLC เรโซแนนซ์อนุกรมโดยอาศัยวงจรเฟเซอร์ดังแสดงในรูปที่ 2.4(ข) ซึ่งได้ค่าเท่ากับ

$$\mathbf{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (2.25)$$

เนื่องจาก

$$Q\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = \frac{\omega_0 L}{R} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = \frac{\omega L}{R}$$

ดังนั้นจึงสามารถแสดงค่ารีแอคแตนซ์ของตัวเหนี่ยวนำในรูปที่เป็นฟังก์ชันของค่า Q ได้ดังสมการ

$$X_L = \omega L = QR\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \quad (2.26)$$

และเนื่องจาก

$$Q\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) = \frac{1}{\omega_0 RC} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) = \frac{1}{\omega RC}$$

ดังนั้นจึงสามารถแสดงค่ารีแอคแตนซ์ของตัวเก็บประจุในรูปที่เป็นฟังก์ชันของค่า Q ได้ดังสมการ

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = QR\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) \quad (2.27)$$

เมื่อแทนค่ารีแอคแตนซ์ของตัวเหนี่ยวนำในสมการ (2.26) และค่ารีแอคแตนซ์ของตัวเก็บประจุในสมการ (2.27) ลงในสมการ (2.25) จะได้ค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมที่เป็นฟังก์ชันของค่าความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์และค่า Q ของวงจรแสดงได้ดังสมการ

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jQR\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \\ &= Z_0 \left[\frac{R}{Z_0} + j \frac{R\omega_0 L}{RZ_0} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \right] \\ &= Z_0 \left[\frac{1}{Q} + j \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.28)$$

โดยที่ขนาดของอิมพีแดนซ์รวมนี้มีค่าเท่ากับ

$$Z = Z_0 \sqrt{\frac{1}{Q^2} + \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2} \quad (2.29)$$

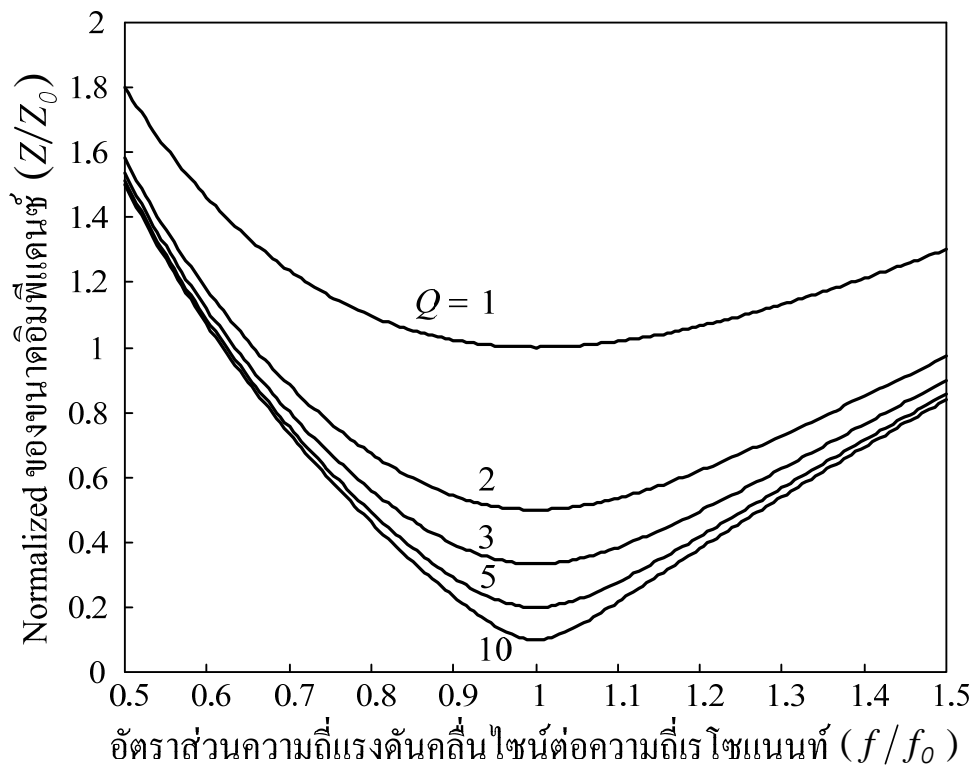
จะได้ค่า Normalized ของขนาดอิมพีแดนซ์รวมนี้เท่ากับ

$$\frac{Z}{Z_0} = \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2} \quad (2.30)$$

และมุมของอิมพีแดนซ์นี้เท่ากับ

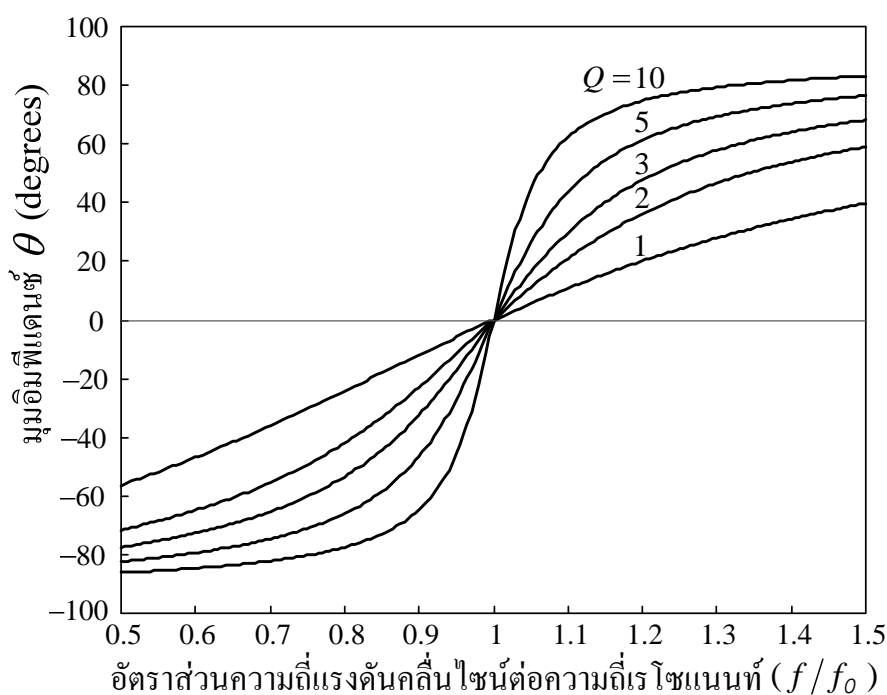
$$\theta = \tan^{-1} \left[Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right] \quad (2.31)$$

ขนาดของอิมพีแดนซ์ในสมการ (2.30) สามารถพล็อตกราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงค่า Normalized ของขนาดอิมพีแดนซ์เทียบกับอัตราส่วนความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ต่อความถี่เรโซแนนซ์ของวงจร (f/f_0) ในย่านจาก 0.5 ถึง 1.5 ที่ค่า Q ต่าง ๆ ได้ดังรูปที่ 2.7 ซึ่งจะเห็นได้ว่าเมื่อความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ต่ำกว่าหรือสูงกว่าความถี่เรโซแนนซ์ของวงจรจะทำให้ขนาดอิมพีแดนซ์สูงขึ้น และมีค่าต่ำสุดเมื่อความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์เท่ากับความถี่เรโซแนนซ์ของวงจรพอดี ในขณะที่ค่า Q สูงขึ้นจะส่งผลให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของขนาดอิมพีแดนซ์เร็วกว่าและขนาดอิมพีแดนซ์มีค่าต่ำลง



รูปที่ 2.7 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า Normalized ของขนาดอิมพีแดนซ์ (Z/Z_0) และอัตราส่วนความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ต่อความถี่เรโซแนนซ์ (f/f_0)

มุมของอิมพีแดนซ์ในสมการ (2.31) ซึ่งเท่ากับมุมต่างเฟสระหว่างแรงดันคลื่นไซน์ที่จ่ายให้กับวงจร และกระแสคลื่นไซน์ที่ไหลในวงจร เมื่อนำมาพล็อตกราฟเทียบอัตราส่วนความถี่ของแรงดันคลื่น ไซน์ต่อความถี่เรโซแนนซ์ของวงจร (f/f_0) ในย่านจาก 0.5 ถึง 1.5 ที่ค่า Q ต่าง ๆ สามารถแสดง ได้ดังรูปที่ 2.8 ซึ่งจะเห็นได้ว่าเมื่อความถี่ของแรงดันคลื่น ไซน์ต่ำกว่าความถี่เรโซแนนซ์จะทำให้มุม อิมพีแดนซ์มีค่าเป็นลบทำให้กระแสที่ไหลในวงจรมีเฟสนำหน้าแรงดันคลื่น ไซน์ในย่านความถี่นี้ ส่วนในย่านความถี่ของแรงดันคลื่น ไซน์สูงกว่าความถี่เรโซแนนซ์จะทำให้มุมอิมพีแดนซ์มีค่าเป็น บวกและทำให้กระแสที่ไหลในวงจรมีเฟสล้าหลังแรงดันคลื่น ไซน์ และมุมอิมพีแดนซ์นี้จะมีค่า เท่ากับศูนย์เมื่อความถี่ของแรงดันคลื่น ไซน์เท่ากับความถี่เรโซแนนซ์ของวงจรทำให้กระแสที่ไหล ในวงจรมีเฟสตรงกันกับแรงดันคลื่น ไซน์ ในขณะที่ค่า Q สูงขึ้นจะส่งผลให้อัตราการเปลี่ยนแปลง ของมุมอิมพีแดนซ์เข้าใกล้ 90° เร็วขึ้น



รูปที่ 2.8 ความสัมพันธ์ระหว่างมุมอิมพีแดนซ์ (θ) และอัตราส่วนความถี่ ของแรงดันคลื่น ไซน์ต่อความถี่เรโซแนนซ์ (f/f_0)

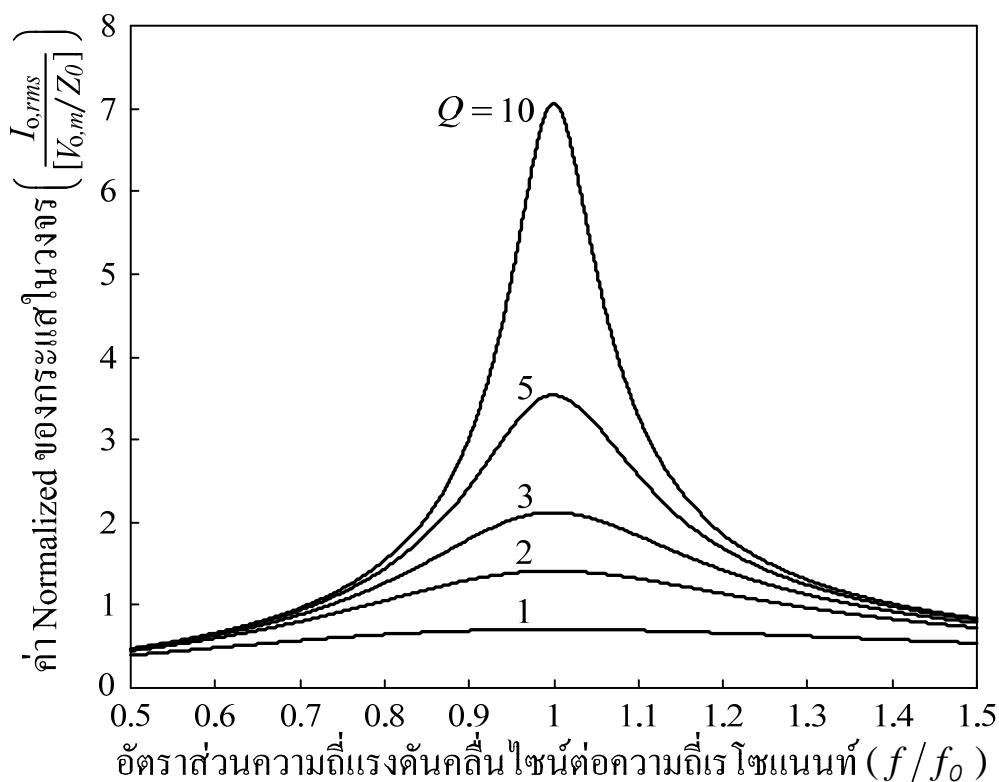
2.3.5 การเปลี่ยนแปลงของค่ากระแสและกำลังไฟฟ้าที่จ่ายให้กับวงจรเรโซแนนซ์อนุกรม เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของแรงดันคลื่น ไซน์ที่ค่า Q ต่างๆ

ค่า rms ของกระแสที่ไหลในวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมในรูปที่ 2.4(ข) สามารถหาได้จาก สมการ

$$I_{o,rms} = \frac{V_{o,rms}}{Z} = \frac{V_{o,m}/\sqrt{2}}{Z_0 \sqrt{Q^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (2.32)$$

และสามารถแสดงค่า Normalized ของค่า rms ของกระแสที่ไหลในวงจรนี้ได้ดังสมการ

$$\frac{I_{o,rms}}{[V_{o,m}/Z_0]} = \frac{1}{\sqrt{2} \times \sqrt{Q^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (2.33)$$



รูปที่ 2.9 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า Normalized ของค่า rms ของกระแส $(I_{o,rms}/[V_{o,m}/Z_0])$ และอัตราส่วนความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ต่อความถี่เรโซแนนซ์ (f/f_0)

ค่า Normalized ของค่า rms ของกระแสที่ไหลในวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมในสมการ (2.33) เมื่อพล็อตเทียบกับอัตราส่วนความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ต่อความถี่เรโซแนนซ์ (f/f_0) ในย่านจาก 0.5 ถึง 1.5 ที่ค่า Q ต่าง ๆ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.9 ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่า rms ของกระแสจะมีค่าสูงสุดเมื่อความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์เท่ากับความถี่เรโซแนนซ์ของวงจรและนอกจากนั้นยังมีค่าแปรผันตามค่า Q ของวงจร

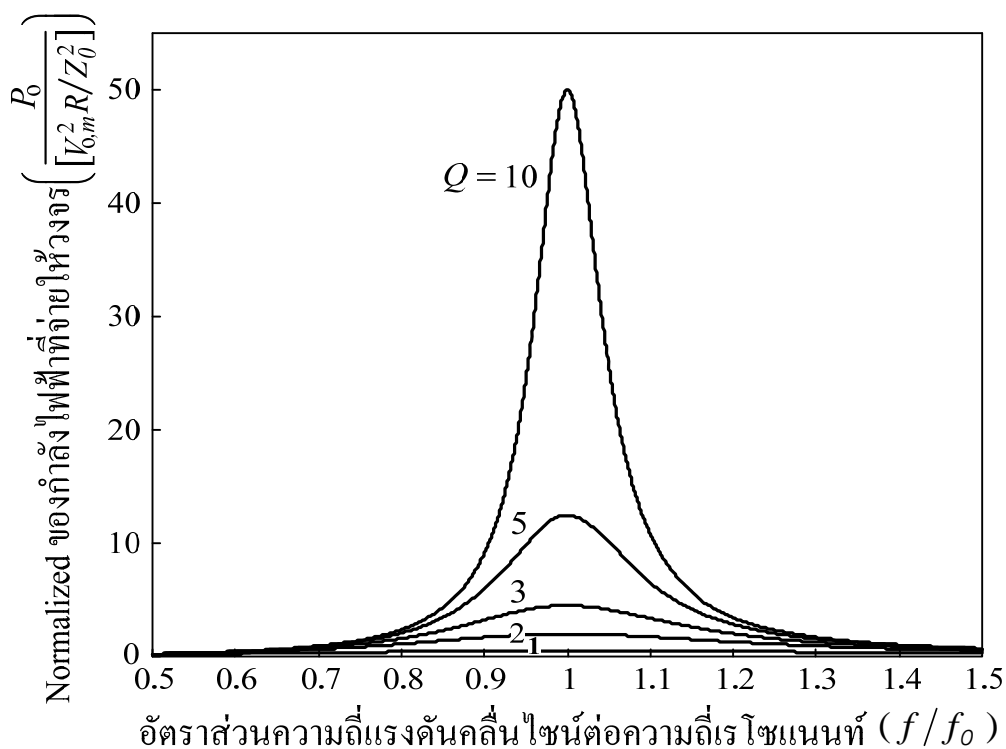
ค่ากำลังไฟฟ้าที่จ่ายจากแหล่งจ่ายให้กับวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$P_o = \frac{I_{o,m}^2 R}{2} = \frac{V_{o,m}^2}{Z_0^2 \left[\frac{1}{Q^2} + \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right]} \times \frac{R}{2} \quad (2.34)$$

และสามารถแสดงค่า Normalized ของกำลังไฟฟ้านี้ได้ดังสมการ

$$\frac{P_o}{\left[V_{o,m}^2 R / Z_0^2 \right]} = \frac{1}{2 \left[\frac{1}{Q^2} + \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right]} \quad (2.35)$$

ค่า Normalized ของกำลังไฟฟ้าที่จ่ายให้กับวงจรในสมการ (2.35) เมื่อพล็อตเทียบกับอัตราส่วนความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ต่อความถี่เรโซแนนซ์ (f/f_0) ในย่านจาก 0.5 ถึง 1.5 ที่ค่า Q ต่าง ๆ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.10 ซึ่งจะเห็นได้ชัดเจนว่าค่ากำลังไฟฟ้านี้จะมีค่าสูงสุดเมื่อความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์เท่ากับความถี่เรโซแนนซ์และนอกจากนั้นยังมีค่าแปรผันตามค่า Q ของวงจร



รูปที่ 2.10 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า Normalized ของกำลังไฟฟ้า $\left(P_o / [V_{o,m}^2 R / Z_0^2] \right)$ และอัตราส่วนความถี่ของแรงดันคลื่นอินพุตต่อความถี่เรโซแนนซ์ (f/f_0)

2.3.6 การเปลี่ยนแปลงของค่าแรงดันคร่อมตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุเมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ที่จ่ายให้กับวงจรที่ค่า Q ต่างๆ

ขนาดของแรงดันคร่อมตัวเก็บประจุในวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมในรูปที่ 2.4(ข) สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\begin{aligned}
 V_{C,m} &= I_{o,m} \times \frac{1}{\omega C} \\
 &= \frac{V_{o,m}}{Z_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \times QR \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) \\
 &= \frac{V_{o,m}}{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (2.36)
 \end{aligned}$$

และสามารถแสดงค่า Normalized ของขนาดแรงดันคร่อมตัวเก็บประจุนี้ได้ดังสมการ

$$\frac{V_{C,m}}{V_{o,m}} = \frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (2.37)$$

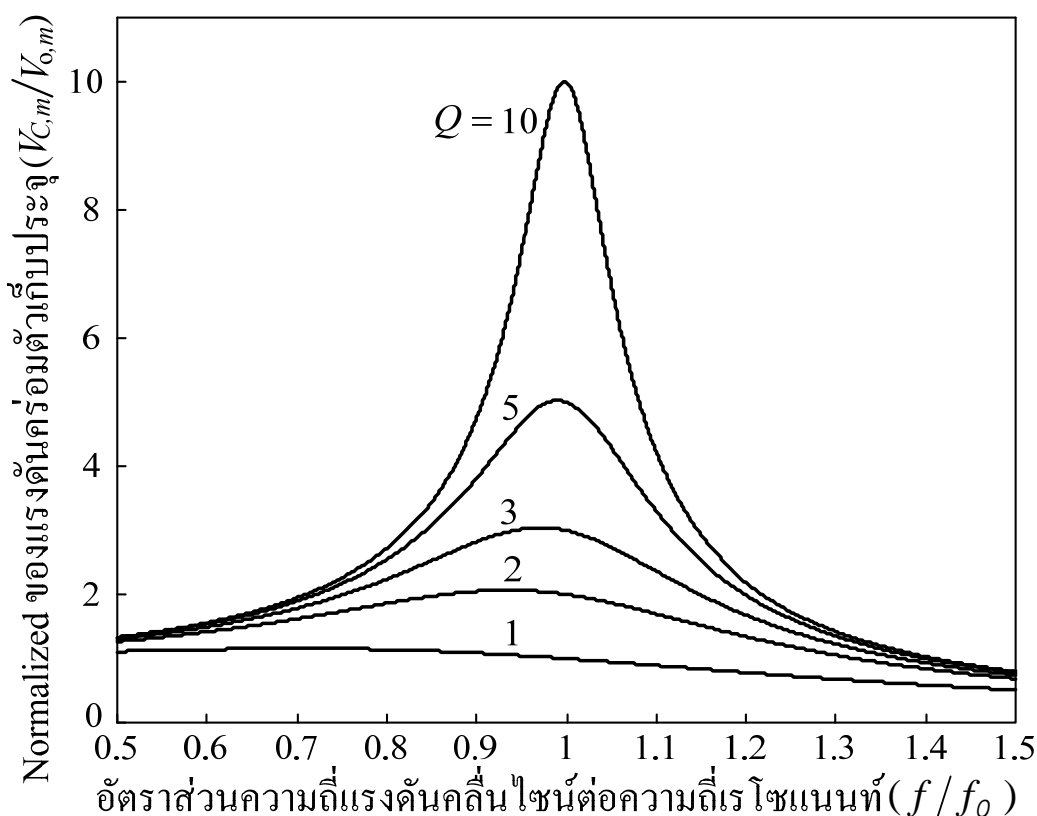
ขนาดของแรงดันคร่อมตัวเหนี่ยวนำในวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมในรูปที่ 2.4(ข) สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\begin{aligned}
 V_{L,m} &= I_{o,m} \times \omega L \\
 &= \frac{V_{o,m}}{Z_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \times QR \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \\
 &= \frac{V_{o,m} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (2.38)
 \end{aligned}$$

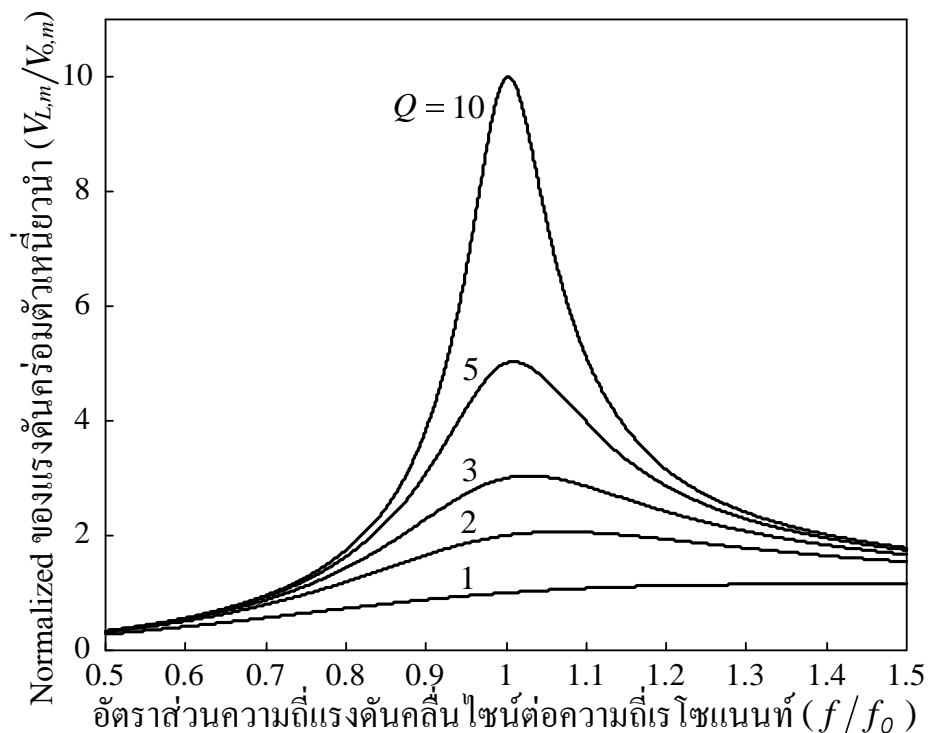
และสามารถแสดงค่า Normalized ของขนาดแรงดันคร่อมตัวเหนี่ยวนำนี้ได้ดังสมการ

$$\frac{V_{L,m}}{V_{o,m}} = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{\sqrt{Q^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (2.39)$$

ค่า Normalized ของขนาดแรงดันคร่อมตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำในสมการ (2.37) และ (2.39) เมื่อพล็อตเทียบกับอัตราส่วนความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ต่อความถี่เรโซแนนท์ (f/f_0) ในย่านจาก 0.5 ถึง 1.5 ที่ค่า Q ต่าง ๆ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.11 และ 2.12 ตามลำดับ ซึ่งจะพบว่าที่ค่า Q สูงขึ้นจะทำให้แรงดันคร่อมตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำมีค่าสูงขึ้นตามด้วย โดยเฉพาะเมื่อความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์เท่ากับความถี่เรโซแนนท์ ($f/f_0 = 1$) จะทำให้แอมพลิจูดของแรงดันคร่อมตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุมีค่าเป็น Q เท่าของแอมพลิจูดแรงดันคลื่นไซน์ที่จ่ายให้กับวงจร ($QV_{o,m}$) ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่จะต้องพิจารณาในการออกแบบโหลดประเภทเรโซแนนท์อนุกรมในประเด็นพิกัดแรงดันของตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ



รูปที่ 2.11 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า Normalized ของแรงดันคร่อมตัวเก็บประจุ ($V_{C,m}/V_{o,m}$) และอัตราส่วนความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ต่อความถี่เรโซแนนท์ (f/f_0)



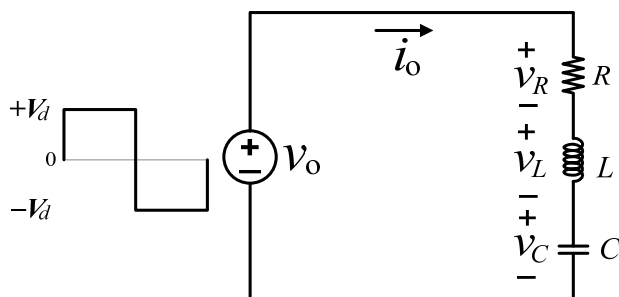
รูปที่ 2.12 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า Normalized ของแรงดันคร่อมตัวเหนี่ยวนำ ($V_{L,m}/V_{o,m}$) และอัตราส่วนความถี่ของแรงดันคลื่นไซน์ต่อความถี่เรโซแนนท์ (f/f_0)

2.4 หลักการของวงจรเรโซแนนท์อนุกรมกรณีแรงดันที่จ่ายให้กับวงจรมีลักษณะคลื่นสแควร์

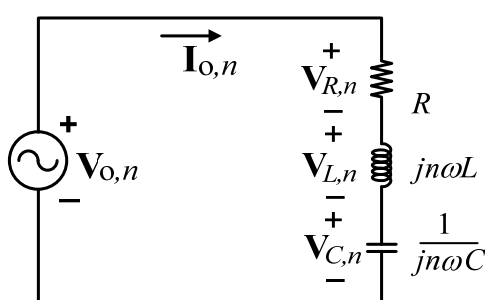
โดยทั่วไปแหล่งจ่ายแรงดันของอุปกรณ์ให้ความร้อนด้วยการเหนี่ยวนำความถี่สูงซึ่งแทนด้วยวงจรสมมูล RLC อนุกรมนั้นจะเป็นอินเวอร์เตอร์ซึ่งให้แรงดันทางด้านเอาต์พุตในลักษณะคลื่นสแควร์ จากการวิเคราะห์ห้วงจรเรโซแนนท์อนุกรมกรณีแรงดันที่จ่ายให้กับวงจรมีลักษณะคลื่นไซน์ในหัวข้อ 2.3 ที่ผ่านมา สามารถนำหลักการวิเคราะห์ดังกล่าวมาใช้วิเคราะห์ห้วงจรเรโซแนนท์อนุกรมกรณีแรงดันที่จ่ายให้กับวงจรมีลักษณะคลื่นสแควร์ได้ เนื่องจากเมื่อทำการวิเคราะห์ฟูเรียร์กับคลื่นสแควร์แล้วพบว่าองค์ประกอบต่าง ๆ ที่รวมกันเป็นคลื่นสแควร์นั้นประกอบด้วยองค์ประกอบหลักมูลและฮาร์โมนิกส์ต่าง ๆ ซึ่งองค์ประกอบของคลื่นเหล่านี้ต่างก็มีลักษณะคลื่นเป็นไซน์ทั้งหมด

2.4.1 ลักษณะคลื่นแรงดันและกระแสที่ความถี่ต่าง ๆ

วงจรเรโซแนนท์อนุกรมที่มีแรงดันจ่ายให้มีลักษณะคลื่นเป็นสแควร์ที่มีความสูงเท่ากับ $+V_d$ ในครึ่งไซเคิลบวกและสูงเท่ากับ $-V_d$ ในครึ่งไซเคิลลบดังแสดงในรูปที่ 2.13(ก) สามารถแสดงด้วยวงจรเฟเซอร์ที่ความถี่ $n\omega$ ใด ๆ ได้ดังรูปที่ 2.13(ข)



(ก) วงจรเรโซแนนซ์อนุกรมที่มีแรงดันจ่ายให้เป็นคลื่นสแควร์

(ข) วงจรเฟเซอร์ที่ความถี่ $n\omega$ ใด ๆ

รูปที่ 2.13 วงจรเรโซแนนซ์อนุกรมและวงจรเฟเซอร์ในกรณีที่แรงดันจ่ายให้เป็นคลื่นสแควร์

แรงดันในลักษณะคลื่นสแควร์ที่จ่ายให้กับวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมในรูปที่ 2.13(ก) สามารถแสดงในรูปของอนุกรมฟูเรียร์ได้ดังสมการ

$$v_o = \frac{V_d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (2 - 2\cos n\pi) \sin n\omega t \quad (2.40)$$

และค่าอิมพีแดนซ์ที่ความถี่ $n\omega$ ใดๆ ของวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมดังรูปที่ 2.13(ข) สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$\mathbf{Z}_n = R + j\left(n\omega L - \frac{1}{n\omega C}\right) = Z_0 \left[\frac{1}{Q} + j\left(\frac{n\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{n\omega}\right) \right] \quad (2.41)$$

โดยที่ขนาดของอิมพีแดนซ์นี้มีค่าเท่ากับ

$$Z_n = Z_0 \sqrt{\frac{1}{Q^2} + \left(\frac{n\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{n\omega}\right)^2} \quad (2.42)$$

และมุมของอิมพีแดนซ์เท่ากับ

$$\theta_n = \tan^{-1} \left[Q \left(\frac{n\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{n\omega} \right) \right] \quad (2.43)$$

ดังนั้นจึงสามารถคำนวณหากระแสที่ไหลในวงจรในรูปของอนุกรมฟูเรียร์ได้ดังสมการ

$$i_o = \frac{V_d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{nZ_n} (2 - 2\cos n\pi) \sin(n\omega t - \theta_n) \quad (2.44)$$

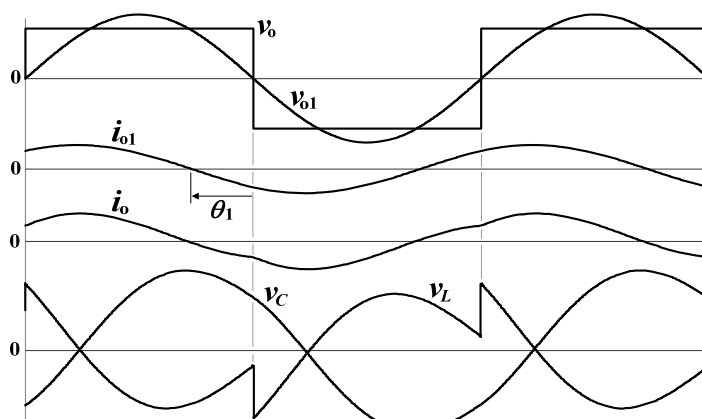
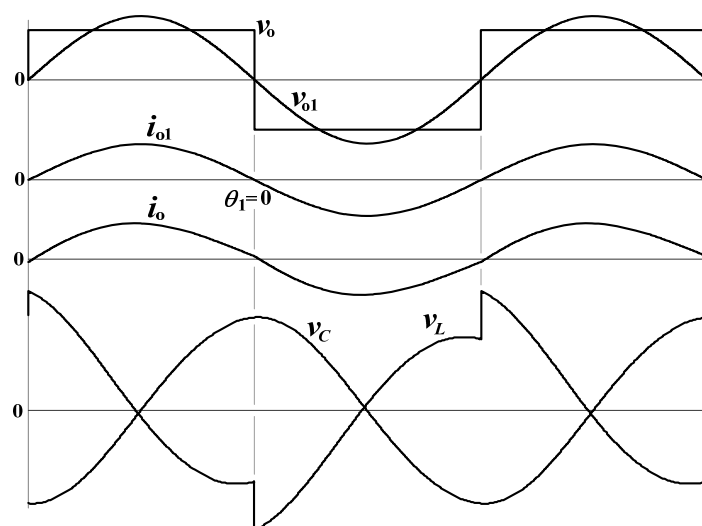
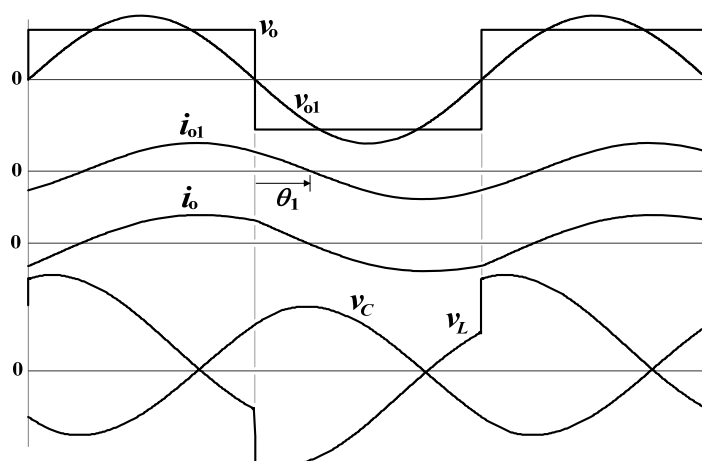
จากสมการของกระแสที่ได้นี้นำไปสู่การคำนวณหาแรงดันคร่อมตัวเหนี่ยวนำของวงจรเรโซแนนซ์ชนิดอนุกรมนี้ได้ดังสมการ

$$v_L = \frac{V_d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{Z_n} (2 - 2\cos n\pi) \omega L \sin \left(n\omega t - \theta_n + \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.45)$$

และคำนวณหาแรงดันคร่อมตัวเก็บประจุของวงจรได้ดังสมการ

$$v_C = \frac{V_d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 Z_n \omega C} (2 - 2\cos n\pi) \sin \left(n\omega t - \theta_n - \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.46)$$

แรงดันที่จ่ายให้กับวงจร (v_o) ในสมการ (2.40) กระแสที่ไหลในวงจร (i_o) ในสมการ (2.44) แรงดันคร่อมตัวเหนี่ยวนำ (v_L) ในสมการ (2.45) และแรงดันคร่อมตัวเก็บประจุ (v_C) ในสมการ (2.46) สามารถแสดงลักษณะคลื่นของแรงดันและกระแสในสมการเหล่านี้ได้ดังรูปที่ 2.14 โดยในรูปที่ 2.14(ก) เป็นกรณีความถี่ของแรงดันคลื่นสแควร์มีค่าต่ำกว่าความถี่เรโซแนนซ์ของวงจร ($f < f_o$) ซึ่งสามารถมองวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมเป็นโหลดคาปาซิทีฟเนื่องจากค่ารีแอ็กแตนซ์ของตัวเก็บประจุมากกว่าค่ารีแอ็กแตนซ์ของตัวเหนี่ยวนำ ส่งผลให้องค์ประกอบหลักมูลของกระแสที่ไหลในวงจร (i_{o1}) มีเฟสนำหน้าองค์ประกอบหลักมูลของแรงดันที่จ่ายให้กับวงจร (v_{o1}) ในรูปที่ 2.14(ข) เป็นกรณีความถี่ของแรงดันคลื่นสแควร์มีค่าเท่ากับความถี่เรโซแนนซ์ของวงจร ($f = f_o$) ซึ่งสามารถมองวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมเป็นโหลดความต้านทานเนื่องจากค่ารีแอ็กแตนซ์ของตัวเก็บประจุเท่ากับค่ารีแอ็กแตนซ์ของตัวเหนี่ยวนำ ส่งผลทำให้องค์ประกอบหลักมูลของกระแส i_{o1} มีเฟสตรงกันกับองค์ประกอบหลักมูลของแรงดัน v_{o1} และในรูปที่ 2.14(ค) เป็นกรณีที่ความถี่ของ

(ก) กรณี $f < f_o$ (ข) กรณี $f = f_o$ (ค) กรณี $f > f_o$

รูปที่ 2.14 คลื่นแรงดันคร่อมตัวเหนี่ยวนำ (v_L) แรงดันคร่อมตัวเก็บประจุ (v_C) และกระแสที่ไหลในวงจร (i_o) เมื่อแรงดันที่จ่ายให้กับวงจร (v_o) มีลักษณะคลื่นสแควร์

แรงดันคลื่นสแควร์มีค่าสูงกว่าความถี่เรโซแนนซ์ของวงจร ($f > f_0$) ซึ่งสามารถมองวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมเป็นโหลดอินดักทีฟเนื่องจากค่ารีแอคแตนซ์ของตัวเก็บประจุน้อยกว่าค่ารีแอคแตนซ์ของตัวเหนี่ยวนำส่งผลให้องค์ประกอบหลักมูลของกระแส i_{o1} มีเฟสล้าหลังองค์ประกอบหลักมูลของแรงดัน v_{o1}

จากลักษณะคลื่นแรงดันและกระแสในวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมที่แสดงไว้ในรูปที่ 2.14 ถึงแม้ว่าแรงดันที่จ่ายให้กับวงจรจะมีลักษณะเป็นคลื่นสแควร์ แต่จะได้กระแสที่ไหลในวงจรมีลักษณะคลื่นใกล้เคียงไซน์ เนื่องจากเมื่อพิจารณาจากขนาดของอิมพีแดนซ์ที่เปลี่ยนแปลงตามความถี่ในกราฟรูปที่ 2.7 พบว่าขนาดอิมพีแดนซ์มีค่าต่ำสุดเมื่อ $f = f_0$ และมีค่าสูงขึ้นเมื่อ $f < f_0$ และ $f > f_0$ นั้นหมายความว่าเมื่อแรงดันคลื่นสแควร์มีความถี่เท่ากับความถี่เรโซแนนซ์หรือสูงกว่าความถี่เรโซแนนซ์เล็กน้อย ทำให้ขนาดของอิมพีแดนซ์ที่ความถี่หลักมูล (Z_1) มีค่าต่ำ และขนาดของอิมพีแดนซ์ที่ความถี่ฮาร์โมนิกส์ (Z_3, Z_5, Z_7, \dots) มีค่าสูง ส่งผลทำให้องค์ประกอบหลักมูลของกระแสไหลผ่านวงจรได้ดี ในขณะที่องค์ประกอบฮาร์โมนิกส์ของกระแสไหลผ่านวงจรได้น้อยมาก

จากองค์ประกอบต่าง ๆ ของกระแสที่ไหลในวงจรในสมการ (2.44) สามารถคำนวณหาค่า rms ของกระแสที่เป็นฟังก์ชันของค่า Q วงจรและความถี่หลักมูล (ω) ได้ดังสมการ

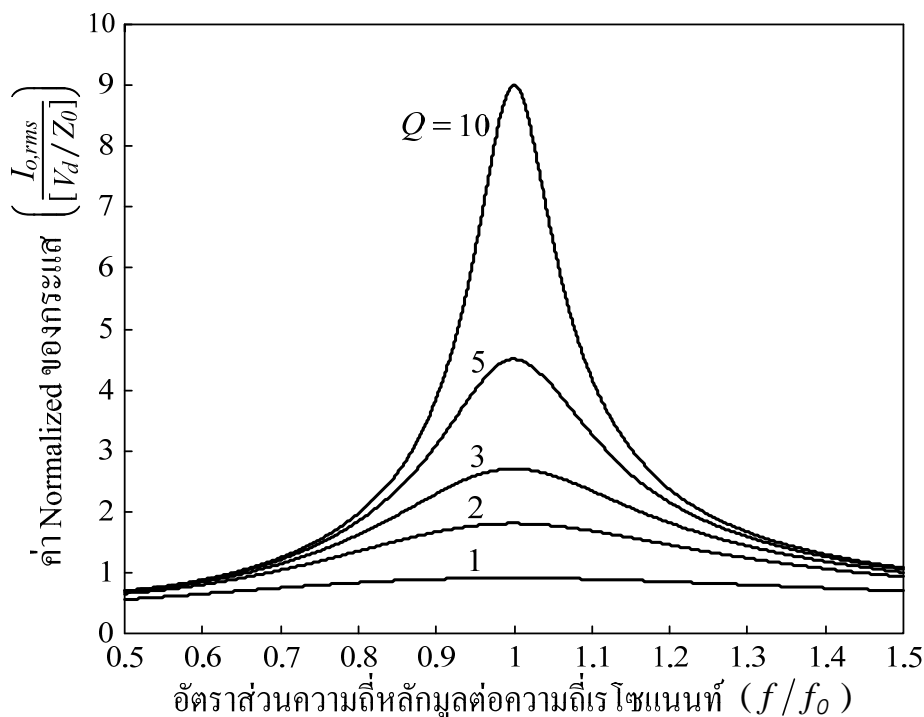
$$\begin{aligned} I_{o,rms} &= \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{V_d}{\sqrt{2n\pi}Z_n} (2-2\cos n\pi) \right)^2} \\ &= \frac{V_d}{\sqrt{2\pi}Z_0} \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(2-2\cos n\pi)^2}{n^2 \left[\frac{1}{Q^2} + \left(\frac{n\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{n\omega} \right)^2 \right]} \right]} \end{aligned} \quad (2.47)$$

และหาค่า Normalized rms ของกระแสนี้ได้ดังสมการ

$$\frac{I_{o,rms}}{[V_d/Z_0]} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(2-2\cos n\pi)^2}{n^2 \left[\frac{1}{Q^2} + \left(\frac{n\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{n\omega} \right)^2 \right]} \right]} \quad (2.48)$$

ค่า Normalized rms ของกระแสที่ไหลในวงจรในสมการ (2.48) เมื่อพล็อตเทียบกับอัตราส่วนของความถี่หลักมูลต่อความถี่เรโซแนนซ์ (f/f_0) ในย่านจาก 0.5 ถึง 1.5 ที่ค่า Q ต่าง ๆ สามารถ

แสดงได้ดังรูปที่ 2.15 ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่ากระแสที่ไหลในวงจรจะมีค่าสูงสุดเมื่อความถี่หลักมูลของแรงดันที่จ่ายให้กับวงจรเท่ากับความถี่เรโซแนนซ์ของวงจรและมีค่าแปรผันตามค่า Q ของวงจร



รูปที่ 2.15 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า Normalized rms ของกระแสในวงจร ($I_{o,rms}/[V_d/Z_0]$) และอัตราส่วนของความถี่หลักมูลต่อความถี่เรโซแนนซ์ (f/f_0)

2.4.2 การคำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าที่จ่ายให้กับวงจร

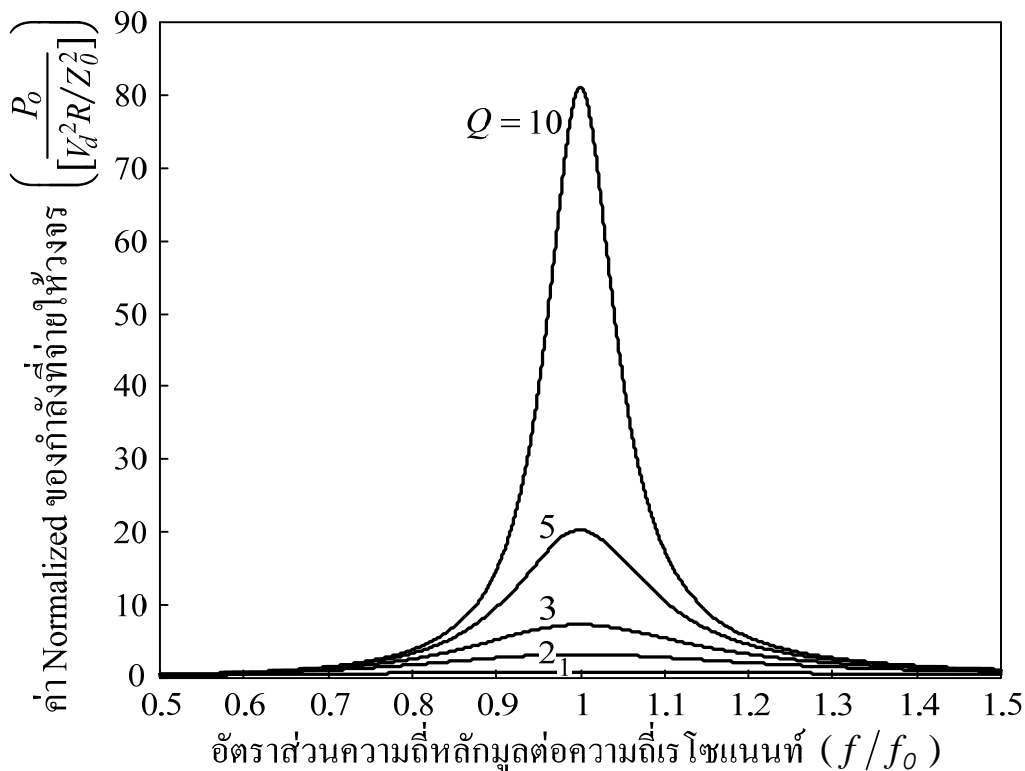
การคำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าที่จ่ายให้กับวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมที่มีแรงดันที่จ่ายให้เป็นคลื่นสแควร์สามารถคำนวณได้จากผลรวมของกำลังไฟฟ้าที่เกิดจากองค์ประกอบหลักมูลและองค์ประกอบฮาร์โมนิกส์ของกระแสดังสมการ

$$\begin{aligned}
 P_o &= \sum_{n=1}^{\infty} (I_{o,rms,n}^2 R) \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{V_d}{\sqrt{2n\pi Z_n}} (2 - 2\cos n\pi) \right)^2 R \\
 &= \frac{V_d^2 R}{2\pi^2 Z_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(2 - 2\cos n\pi)^2}{n^2 \left[\frac{1}{Q^2} + \left(\frac{n\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{n\omega} \right)^2 \right]} \right)
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

ซึ่งจะได้ค่า Normalized ของกำลังไฟฟ้านี้เท่ากับ

$$\frac{P_o}{[V_d^2 R/Z_0^2]} = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(2-2\cos n\pi)^2}{n^2 \left[\frac{1}{Q^2} + \left(\frac{n\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{n\omega} \right)^2 \right]} \right) \tag{2.50}$$

ค่า Normalized ของกำลังไฟฟ้าที่จ่ายให้กับวงจรในสมการ (2.50) นี้ เมื่อพล็อตเทียบกับอัตราส่วนของความถี่หลักมูลต่อความถี่เรโซแนนท์ (f/f_0) ในย่านจาก 0.5 ถึง 1.5 ที่ค่า Q ต่าง ๆ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.16 ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่ากำลังไฟฟ้าที่จ่ายให้วงจรจะมีค่าสูงสุดเมื่อความถี่หลักมูลของแรงดันเท่ากับความถี่เรโซแนนท์ของวงจรและมีค่าแปรผันตามค่า Q ของวงจร



รูปที่ 2.16 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า Normalized ของกำลังไฟฟ้าที่จ่ายให้วงจร ($P_o/[V_d^2 R/Z_0^2]$) และอัตราส่วนของความถี่หลักมูลต่อความถี่เรโซแนนท์ (f/f_0)

2.5 สรุป

หลักการให้ความร้อนด้วยการเหนี่ยวนำความถี่สูงและหลักการของวงจรเรโซแนนท์อนุกรมความถี่สูงดังที่กล่าวมาข้างต้นมีประเด็นสำคัญหลักที่สามารถสรุปได้ดังนี้

(1) การเหนี่ยวนำให้เกิดกระแสไหลวนในชิ้นงานของการให้ความร้อนด้วยการเหนี่ยวนำ ความถี่สูง ผลของ Skin Effect ทำให้ความหนาแน่นของกระแสไหลวนในชิ้นงานมีค่าสูงสุดที่ บริเวณผิวของชิ้นงานและมีค่าลดลงเมื่อลึกจากผิวเข้าไปยังศูนย์กลางของชิ้นงาน โดยที่อัตราการ ลดลงของความหนาแน่นกระแสนี้กำหนดด้วยค่าความลึกผิว (δ) ซึ่งขึ้นอยู่กับความถี่ (f) ของ กระแสที่จ่ายให้กับขดลวดเหนี่ยวนำ ค่าสัมประสิทธิ์ของความต้านทาน (ρ) และค่าความซึมซาบ ได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ (μ_r) ของวัสดุชิ้นงาน

(2) ขดลวดเหนี่ยวนำและชิ้นงานสามารถพิจารณาได้เหมือนหม้อแปลงที่กำลังจ่าย กำลังไฟฟ้าให้กับโหลด โดยมีขดลวดเหนี่ยวนำเป็นขดลวดด้านปฐมภูมิจำนวน N รอบและชิ้นงาน เป็นขดลวดด้านทุติยภูมิจำนวน 1 รอบจ่ายโหลดความต้านทานค่าต่ำๆ เมื่อมองจากด้านปฐมภูมิ สามารถแทนด้วยวงจร $R L$ อนุกรม

(3) หลักการของวงจรเรโซแนนซ์อนุกรมในขณะแรงดันที่จ่ายให้วงจรมีลักษณะคลื่นไซน์ ที่ได้แสดงการวิเคราะห์ผลตอบสนองต่อความถี่ของวงจร จะสามารถนำไปใช้กับกรณีที่แรงดันที่ จ่ายให้วงจรมีลักษณะเป็นคลื่นสแควร์ได้ด้วย เนื่องจากองค์ประกอบต่าง ๆ ที่รวมกันเป็นคลื่น สแควร์นั้นประกอบด้วยองค์ประกอบหลักมูลและฮาร์โมนิกส์ ซึ่งองค์ประกอบของคลื่นเหล่านี้ต่าง ก็มีลักษณะคลื่นเป็น ไซน์ทั้งหมด

(4) ในกรณีที่แรงดันที่จ่ายให้วงจรเรโซแนนซ์อนุกรมมีลักษณะเป็นคลื่นสแควร์ แต่จะได้ กระแสที่ไหลในวงจรมีลักษณะคลื่นใกล้เคียงไซน์ เนื่องจากเมื่อแรงดันคลื่นสแควร์มีความถี่เท่ากับ ความถี่เรโซแนนซ์หรือสูงกว่าความถี่เรโซแนนซ์เล็กน้อย ทำให้ขนาดของอิมพีแดนซ์รวมของวงจร ที่ความถี่หลักมูล (Z_1) มีค่าต่ำและขนาดของอิมพีแดนซ์ที่ความถี่ฮาร์โมนิกส์ (Z_3, Z_5, Z_7, \dots) มีค่าสูง ส่งผลทำให้องค์ประกอบหลักมูลของกระแสไหลผ่านวงจรได้ดี ในขณะที่องค์ประกอบฮาร์ โมนิกส์ของกระแสไหลผ่านวงจรได้น้อยมาก

(5) ในกรณีที่แรงดันที่จ่ายให้วงจรเรโซแนนซ์อนุกรมมีลักษณะเป็นคลื่นสแควร์ ขนาดของ องค์ประกอบฮาร์โมนิกส์ของกระแสจะมีค่าต่ำมากเมื่อเปรียบเทียบกับขนาดขององค์ประกอบหลัก มูลเนื่องจากอิมพีแดนซ์รวมที่ความถี่ฮาร์โมนิกส์มีค่าสูงมาก นอกจากนั้นมุมเฟสขององค์ประกอบ ฮาร์โมนิกส์ของกระแสจะล่าหลังองค์ประกอบฮาร์โมนิกส์ของแรงดันเกือบเท่ากับ 90° เนื่องจาก $X_L \gg X_C$ นั้นหมายความว่ากำลังไฟฟ้าที่จ่ายให้วงจรที่เกิดจากองค์ประกอบฮาร์โมนิกส์มีค่าน้อย มาก กำลังไฟฟ้าเกือบทั้งหมดจึงเกิดจากองค์ประกอบหลักมูลของคลื่นแรงดันและกระแส